

파라미터 불확실성이 있는 드론의 호버링 제어 및 분석에 관한 연구

오상영*, 이정필, 강은혜
경남정보대학교 소방안전관리과

A Study on Hovering Control and Analysis of Drone with Parameter Uncertainty

Sang-Young Oh*, Jeong-Phil Lee, EunHye Kang

Department of Fire Safety Management, Kyungnam College of Information & Technology

Abstract - 본 논문에서는 불확실한 파라미터를 가지는 드론의 호버링 제어 문제를 고려한다. 파라미터 불확실성을 다루기 위해 제안된 제어기가 결합된 페루프 시스템을 분석하고 시스템이 안정되는 조건을 얻는다. 분석된 결과를 바탕으로 제어 이득을 설정하고 시뮬레이션을 통해 제어기법의 유효성을 검증한다.

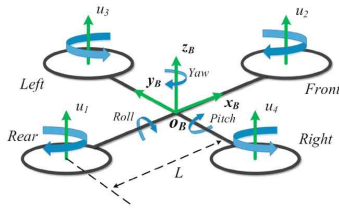
1. 서 론

4차 산업혁명 시대에 드론은 재난 대응, 소방 방재, 안전을 위한 인명 탐색 등 다양하게 활용되고 있다[1]-[2]. 게다가 최근 활용되는 드론은 다양한 임무를 수행하기 위해 대형화가 되고 이에 따라 더욱 중요해진 것이 안정성이다. 하지만 외부환경 및 선정되는 하드웨어에 따라 시스템 파라미터값은 불확실해질 수 있고 이는 결국 전체 시스템의 안정성에 영향을 끼친다.

본 논문에서는 파라미터 불확실성 하에서도 안정적으로 드론을 호버링시키기 위한 제어 및 분석에 관한 연구를 한다. 전체 페루프 시스템을 Routh-Hurwitz 안정성 기법을 활용하여 분석하고 불확실성 하에서도 시스템이 안정되는 제어 이득의 조건을 얻는다. 마지막으로, 제안된 제어기와 분석된 결과에 따라 제어 이득값을 선정하고 시뮬레이션을 통해 제어기법의 유효성을 검증한다.

2. 드론의 동역학 모델 및 상태방정식

본 논문에서는 뉴턴-오일러 방정식을 통해 얻어진 드론의 동역학 모델을 활용한다. 그림 1과 같이 드론의 자세는 오일러 각을 사용하고 ϕ 는 롤, θ 는 피치, ψ 는 요이고 각각 x, y, z 축에 대한 회전각으로 표현한다.



<그림 1> 드론의 좌표 및 각 구성[3]

호버링 제어를 위한 드론의 동역학 방정식은 다음과 같이 정의된다[3]-[4].

$$\ddot{z} = \frac{(\cos\phi\cos\theta)U_z - \eta_1\dot{z}}{m} - g \quad \ddot{\theta} = \frac{lU_\theta - \eta_3\dot{\theta}}{I_y}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{lU_\phi - \eta_2\dot{\phi}}{I_x} \quad \ddot{\psi} = \frac{U_\psi - \eta_4\dot{\psi}}{I_z} \quad (1)$$

여기서 드론의 제어 입력으로 U_z 는 추력에 관한 입력, U_ϕ 는 롤 회전에 관한 입력, U_θ 는 피치 회전에 관한 입력, U_ψ 는 요 회전에 관한 입력이다. 시스템 파라미터 m 은 드론의 무게, g 는 중력가속도, l 은 로터와 드론 중심 사이의 거리, 그리고 I_x, I_y, I_z 는 x, y, z 축에 대한 각각의 관성모멘트를 나타낸다. 또한,

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 는 항력계수로써 불확실한 파라미터이다. 드론의 동역학 방정식 (1)을 사용하여 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 & \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_2 &= \frac{(\cos x_3 \cos x_5) U_z - \eta_1 x_2}{m} - g & \dot{x}_6 &= \frac{l U_\theta - \eta_3 x_6}{I_y} \\ \dot{x}_3 &= x_4 & \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_4 &= \frac{l U_\phi - \eta_2 x_4}{I_x} & \dot{x}_8 &= \frac{U_\psi - \eta_4 x_8}{I_z} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $x = [x_1, x_2, \dots, x_8]^T = [z, \dot{z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T \in R^8$ 는 상태, x_1 은 z 축 방향의 거리, x_2 은 z 축 방향의 속도, x_3 은 회전각 롤(ϕ), x_4 은 롤의 각속도($\dot{\phi}$), x_5 은 회전각 피치(θ), x_6 은 피치의 각속도($\dot{\theta}$), x_7 은 회전각 요(ψ), x_8 는 요의 각속도($\dot{\psi}$)를 뜻한다. 드론의 파라미터 기호 및 값은 아래 표 1과 같이 정리한다.

<표 1> 드론의 시스템 파라미터[4]

기호	설명	값
m	드론의 무게	1.1[kg]
l	로터와 드론 중심 사이의 거리	0.21[m]
I_x	x 축에 대한 관성모멘트	0.122[Ns ² /rad]
I_y, I_z	y, z 축에 대한 관성모멘트	0.22[Ns ² /rad]
g	중력가속도	9.8[m/s ²]
η_1	불확실한 항력계수	0.1 ± 50% [Ns/m]
η_2, η_3, η_4		0.12 ± 50% [Ns/m]

드론의 불확실한 파라미터를 제외한 비선형 드론시스템의 선형화를 위해 $u_z = (\cos x_3 \cos x_5) U_z / m - g$, $u_\phi = (l U_\phi) / I_x$, $u_\theta = (l U_\theta) / I_y$, $u_\psi = U_\psi / I_z$ 로 정의한다. 따라서, 상태방정식 (2)는 아래와 같이 재표현이 가능하다.

$$\dot{x} = \bar{A}x + Bu \quad (3)$$

여기서 $u = [u_z, u_\phi, u_\theta, u_\psi]^T \in R^4$,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta_1/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\eta_2/I_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_3/I_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_4/I_z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

3. 드론의 상태 궤환 제어기 설계 및 분석

드론의 호버링 제어를 위해 제어기를 다음과 같이 설계한다.

$$u = K\bar{x} \quad (5)$$

여기서 $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_8]^T = [x_1 - r, x_2, x_3, \dots, x_8]^T \in R^8$,

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & k_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 & k_8 \end{bmatrix} \in R^{4 \times 8} \quad (6)$$

그리고 r 은 호버링 고도제어를 위한 레퍼런스 값이다. 식 (3)와 (5)로부터 전체 폐루프 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + B K \bar{x} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{K1} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} & \bar{A}_{K2} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & \bar{A}_{K3} & O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & \bar{A}_{K4} \end{bmatrix} \bar{x} = \tilde{A}_K \bar{x} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\bar{A}_{K1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_1 & k_2 - \eta_1/m \end{bmatrix}$, $\bar{A}_{K2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_3 & k_4 - \eta_2/I_x \end{bmatrix}$,

$\bar{A}_{K3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_5 & k_6 - \eta_3/I_y \end{bmatrix}$, $\bar{A}_{K4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_7 & k_8 - \eta_4/I_z \end{bmatrix}$ 이다.

식 (7)에서 \tilde{A}_K 가 Hurwitz이면 드론의 폐루프 시스템은 안정하다[5]. 따라서, \tilde{A}_K 의 특성방정식을 구하고 Routh-Hurwitz 판별법을 사용하면 불확실성에 대해 시스템이 안정화되는 이득 K 의 범위를 구할 수 있다. 시스템 행렬 \tilde{A}_K 가 8×8 로 구성이 되지만 대각행렬로 정의되기 때문에 주대각 행렬인 $\bar{A}_{K,i}$, $i = 1, 2, 3, 4$ 가 Hurwitz이면 전체 시스템 행렬 \tilde{A}_K 도 Hurwitz가 된다. 따라서 각 주대각 행렬의 특성방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |sI_{2 \times 2} - \bar{A}_{K1}| &= s^2 + (\eta_1/m - k_2)s - k_1 \\ |sI_{2 \times 2} - \bar{A}_{K2}| &= s^2 + (\eta_2/I_x - k_4)s - k_3 \\ |sI_{2 \times 2} - \bar{A}_{K3}| &= s^2 + (\eta_3/I_y - k_6)s - k_5 \\ |sI_{2 \times 2} - \bar{A}_{K4}| &= s^2 + (\eta_4/I_z - k_8)s - k_7 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)로부터 아래와 같이 조건에 맞게 이득 K 를 선택하면 전체 폐루프 시스템은 안정하게 된다.

$$\begin{aligned} k_1 < 0, k_2 < \frac{\eta_1}{m}, k_3 < 0, k_4 < \frac{\eta_2}{I_x} \\ k_5 < 0, k_6 < \frac{\eta_3}{I_y}, k_7 < 0, k_8 < \frac{\eta_4}{I_z} \end{aligned} \quad (9)$$

5. 시뮬레이션

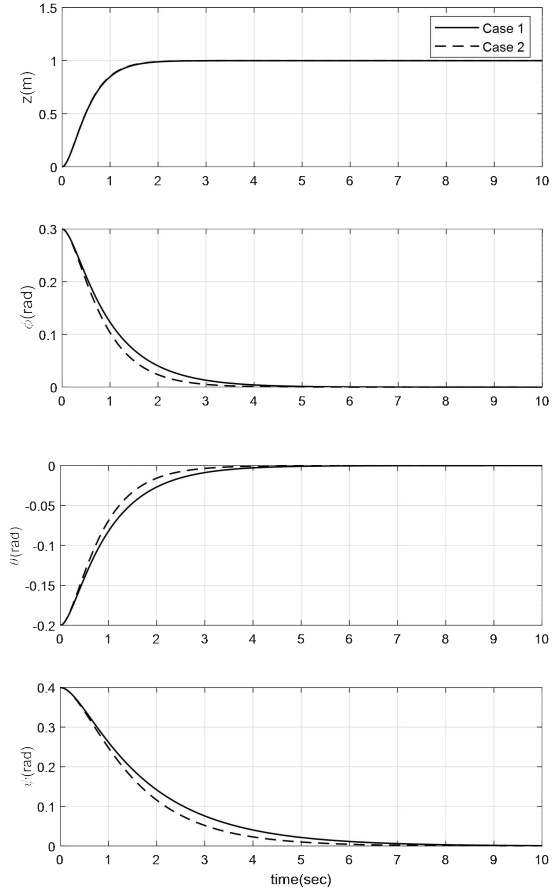
제어기 적용과 유효성을 확인하기 위해 시뮬레이션을 진행한다. 드론 시스템의 초기조건은 $x(0) = [0, 0, 0.3, 0, -0.2, 0, 0, 0.4, 0]^T$ 그리고 $r = 1$ 으로 설정한다. 식 (9)의 조건에 따라 설정한 제어 이득은 $K = [-12, -7, -6, -5, -6, -5, -2, -3]$ 와 같다. 게다가, 파라미터 불확실성에 대한 시뮬레이션 결과를 확인하기 위해 다음과 같이 두 가지 경우에 대해 시뮬레이션을 진행한다.

Case 1: $\eta_1 = 0.15, \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0.18$ (150%)

Case 2: $\eta_1 = 0.05, \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0.06$ (50%)

그림 2에서 분석 결과와 같이 파라미터 불확실성에 대해 안정

하게 되는 이득값을 선택하여 불확실성에 관계없이 항상 안정적으로 호버링 제어가 된다.



〈그림 2〉 불확실성에 따른 드론의 호버링 제어 결과

6. 결 론

본 논문은 파라미터 불확실성이 있는 드론의 호버링 제어를 위상 상태 궤환 제어기를 제안하였다. 또한, 폐루프 시스템 분석을 통해 불확실성 하에서도 시스템이 안정화되는 조건을 얻었고 이를 바탕으로 시뮬레이션을 통해 유효성을 검증하였다. 추후 본 연구를 바탕으로 불확실성이 시불변 형태가 아닌 시변 형태로 확장하고 Lyapunov 안정성 기법을 통해 안정성을 확보하고 실험을 통해 검증할 예정이다.

[참고 문헌]

- [1] K.-H. Ha, H.K., Jae, and J.-W. Choi "A study on the awareness of firefighters on the introduction of drones and operation and application of drones - Focusing on the firefighters of jeollanam-do", Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society, vol. 22, no. 6, pp. 332-340, 2021.
- [2] D.-J. Kim, S.-I. Ko, W.-S. Jo, Y.-R. Kim, and S. Kim "Deep-learning-based real-time sufferer detection solution using the thermal imaging camera of a fire drone", 대한전자공학회 학술대회, pp. 728-731, 2020.
- [3] S.-Y. Oh and H.-L. Choi, "Robust tracking control of quadrotor under measurement sensitivity", 19th International Conference on Control, Automation and Systems, Oct. 15-18, ICC Jeju, Jeju, Korea, 2019.
- [4] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV", ISA Transactions, vol. 53, no. 4, pp. 1350-1356, 2014.
- [5] H.K. Khalil, Nonlinear systems, 3rd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 2002.