

PMSM을 위한 향상된 barrier Lyapunov function 기반의 위치 제어

김관연*, 하진우*, 김준엽*, 김원희*
 중앙대학교*

Improved Barrier Lyapunov Function based position control for Permanent Magnet Synchronous Motors

Gwan-Yeon Kim*, Gin-Woo Ha*, Jun-Yeob Kim*, Won-Hee Kim*
 Chung-Ang University*

Abstract - Barrir Lyapunov function (BLF) 기반의 제어기는 오차를 제한하기 위해 많이 사용되고 있다. BLF는 오차가 미리 정의된 경계 안에 있을 때만 정의될 수 있다. 오차가 경계 밖을 나갈 경우, BLF가 정의가 되지 않아 안정성을 보장하기 힘들다. 본 논문에서는 위 문제를 해결하기 위해 미리 정의된 경계를 포함한 시변 경계를 제안한다. 시변 경계는 오차가 경계 밖으로 나가면 다시 안으로 들어오도록 설계되었다. 제안된 기법을 통해 전체 영역에서 오차는 지수적으로 감소하며 특이점 문제로 인한 피킹 현상을 해결하였다. 실험을 통해 제안된 기법의 성능을 평가하였다.

1. 서 론

Barrir Lyapunov function (BLF) 기반의 제어기는 오차 제한을 위해 널리 사용되었다 [1-2]. 하지만 기존의 BLF는 미리 정의된 경계 값 내에서만 Lyapunov 함수가 정의된다는 문제가 있다. 이는 외란에 의해 오차가 경계 값을 나갔을 경우 안정도가 보장되지 않는다. 또한, 오차가 경계 값을 나갔을 때, 오차가 경계 값 안으로 다시 들어오는 것을 보장할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하고자 기존 BLF의 경계 값을 포함한 향상된 경계 함수를 제안한다. 오차가 경계 값을 나갔을 경우, 오차가 다시 경계 값 안으로 들어올 수 있도록 설계된다. 또한, 특이점 문제에 의한 피킹 현상도 해결할 수 있다. 실험을 통해 제안된 기법의 성능을 평가하였다.

2. PMSM 모델링

Dq 변환을 적용한 PMSM의 상태 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= -\frac{B}{J}\omega + \frac{K_m}{J}i_q - \frac{1}{J}T_L \\ \dot{i}_d &= -\frac{R}{L}i_d + p\omega i_q + \frac{1}{L}\nu_d \\ \dot{i}_q &= -\frac{R}{L}i_q - \frac{1}{L}p\lambda\omega - p\omega i_d + \frac{1}{L}\nu_q \end{aligned} \quad (1)$$

θ 와 ω 는 PMSM의 각도와 각속도다. i_d 와 i_q 는 각각 d축 전류와 q축 전류다. ν_d 와 ν_q 는 d축 입력과 q축 전류다. T_L 은 외부 부하 토크다. J 는 PMSM의 관성, B 는 마찰 계수, $K_m = 1.5p\lambda$ 은 토크 상수, p 와 λ 는 각각 pole pair의 수와 자속이다. L 은 위상 인덕턴스이다. R 은 위상 저항이다.

3. 제어기 설계

3.1 시변 오차 경계값 설계

PMSM의 기계부 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} e_1 &= \theta - \theta^d \\ e_2 &= \omega - \omega^d. \end{aligned} \quad (2)$$

θ^d 와 ω^d 는 각각 모터 위치 지령과 각속도 지령이다. 기존 BLF의 오차 경계 값을 포함한 향상된 시변 오차 경계 값을 다음과 같이 제안한다.

$$\bar{k}_b(t) = \begin{cases} k_b, & |e_1| < k_b - \Delta \\ \alpha_1(|e_1 - k_b + \Delta|)^2 + k_b, & k_b - \Delta \leq |e_1| \leq k_b \\ \sqrt{e_1^2 + \alpha_2}2, & |e_1| > k_b \end{cases} \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\Delta^2}(\sqrt{k_b^2 + 2\Delta k_b - k_b})$$

$$\alpha_2 = \frac{k_b}{2\Delta\alpha_1}(\sqrt{1 - 4\Delta^2\alpha_1^2}).$$

k_b 는 기존 BLF의 상수 오차 경계이다. Δ 는 k_b 보다 작은 양의 상수이다. 위치 오차가 $k_b - \Delta$ 보다 작을 때는 기존 BLF와 같이 동작한다. 위치 오차가 $k_b - \Delta$ 보다 커질 경우 오차 경계 값이 오차에 따라 증가하기 시작한다. 식 (3)을 통해 다음과 같은 기존 BLF의 문제점을 보완할 수 있다. 첫 번째로, 오차가 k_b 를 넘어갔을 때, BLF로 인해 발생된 $\frac{1}{k_b^2 - e_1^2}$ 항의 부호가 바뀌게 된다.

이 때문에 오차가 k_b 안으로 다시 돌아 올 수 없다. 하지만 제안된 경계 값을 사용하면 부호가 바뀌지 않아 오차를 다시 경계 값 안으로 보낼 수 있다. 두 번째로, 제안된 경계 값 함수는 오차와 시간에 대해 부드러운 함수이기 때문에 특이점 문제가 발생하지 않는다. 반면에, 기존 BLF는 $e_1 = k_b$ 일 때, 특이점 문제가 발생하여 실제 실험 환경에서 피킹 현상이 발생한다. 마지막으로, 제안된 경계값 함수를 사용하면 초기 오차가 경계 값 밖에 있어도 문제가 되지 않는다.

3.2 향상된 BLF 제어기 설계

식 (3)을 사용하여 BLF 제어기를 설계한다. ξ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\xi = \frac{e_1}{k_b}. \quad (4)$$

식 (4)에 대해 다음과 같이 BLF를 정의한다.

$$V_1 = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{1 - \xi^2}\right). \quad (5)$$

식 (5)를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\bar{\xi}}{1 - \bar{\xi}^2} \frac{\dot{\bar{\xi}}}{\bar{\xi}} \frac{\bar{k}_b e_1 - k_b e_1}{k_b^2} \\ &= \frac{\bar{\xi}}{k_b(1 - \bar{\xi}^2)} (e_2 + \omega^d - \dot{\theta}^d - \frac{\dot{k}_b e_1}{k_b}). \end{aligned} \quad (6)$$

V_1 을 안정화하기 위해 ω_d 를 다음과 같이 설계한다.

$$\begin{aligned}\omega^d &= \dot{\theta}^d - \sigma e_1 - k_1 e_1 \\ \sigma &= \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{k_b}{k_b}\right)^2 + \epsilon^2}}\end{aligned}\quad (7)$$

ϵ 은 양의 상수이다. 식 (7)을 식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 \leq -k_1 \frac{\bar{\xi}^2}{(1-\bar{\xi}^2)} + \frac{1}{k_b^2 - e_1^2} e_1 e_2. \quad (8)$$

V_2 를 다음과 같이 정의한다.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2. \quad (9)$$

식 (9)를 미분하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 \leq & -k_1 \frac{\bar{\xi}^2}{(1-\bar{\xi}^2)} + \frac{1}{k_b^2 - e_1^2} e_1 e_2 \\ & + e_2 \left(-\frac{B}{J} \omega + \frac{K_m}{J} i_q - \frac{1}{J} T_L - \dot{\omega}^d \right).\end{aligned}\quad (10)$$

V_2 를 안정화하기 위해 i_q^d 를 다음과 같이 설계한다.

$$i_q = \frac{J}{K_m} (\dot{\omega}^d + \frac{B}{J} \omega - d - k_2 e_2 - \frac{e_1}{k_b^2 - e_1^2}). \quad (11)$$

따라서

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 \frac{\bar{\xi}^2}{(1-\bar{\xi}^2)} - k_2 e_2^2. \quad (12)$$

기존 BLF는 $|e_1| < k_b$ 구간에서 지수적인 안정성을 보장하지만, 제안된 BLF는 모든 구간에서 지수적인 안정성을 보장한다.

4. 실험 결과

제안된 BLF의 성능을 보이기 위해 PMSM 드라이버 세트를 통해 실험을 진행하였다. ControlDesk software, SCALEXIO 실시간 시스템, RapidPro가 사용되었다. 위치 지령은 그림 1과 같다.

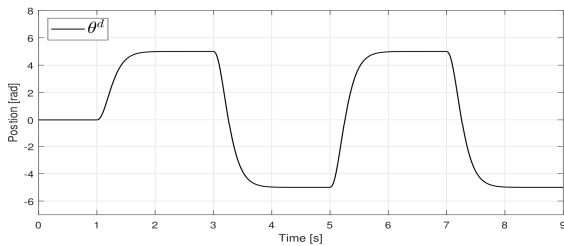
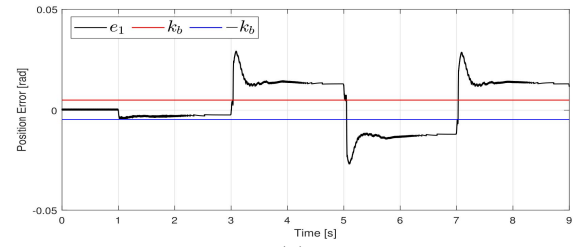


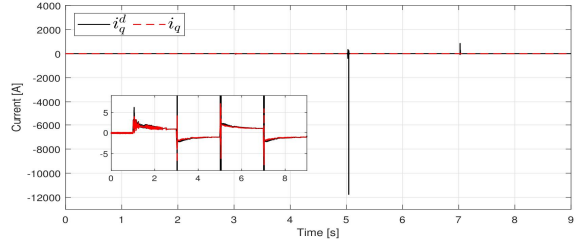
그림 1 위치 지령.

기존 BLF를 적용한 실험 결과를 그림 2에 나타내었다. 1초에 위치 지령이 바뀌므로 오차가 증가했지만 경계 값을 넘지 않는 것을 볼 수 있다. 반면에 3, 5, 7초에 지령 값이 크게 바뀌어 따라 오차가 경계 값을 넘아가는 것을 볼 수 있다. 이는 1초에서의 지령 변화량보다 크기 때문이다. 기존 BLF는 오차가 경계 값을 넘었을 때, 다시 경계 값 안으로 들어오지 못하는 것을 볼 수 있다. 또한 오차가 경계 값에 매우 근접하거나 같을 때 특이점 문제에 따른 피킹 현상이 발생하는 것을 볼 수 있다.

제안된 BLF를 적용한 실험 결과를 그림 3에 나타내었다. 기존 BLF와 같이 1초에 오차가 경계 값을 넘지 않는 것을 볼 수 있다. 3, 5, 7초에 기존 BLF와 같이 경계 값을 넘었지만, 제안된 BLF는 오차가 미리 정의된 경계에 근접할 때, 오차를 경계 안으로 다시 밀어 주기 때문에 위치 제어 성능이 향상된 것을 실험을 통해 확인하였다.

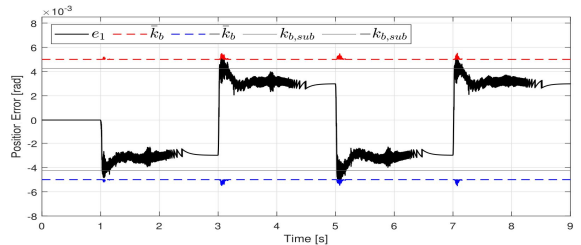


(a)

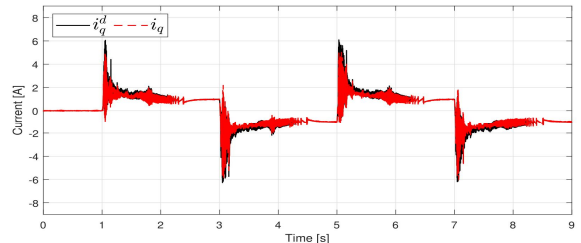


(b)

그림 2 기존 BLF 기반의 PMSM 위치 제어 실험 결과 (a) 위치 제어 성능. (b) 전류 지령 제어 성능.



(a)



(b)

그림 3 제안된 BLF 기반의 PMSM 위치 제어 실험 결과 (a) 위치 제어 성능. (b) 전류 지령 제어 성능.

3. 결 론

제안된 시변 경계를 통해 오차가 미리 정의된 경계 밖으로 나가도 경계 안으로 다시 들어올 수 있도록 하였다. 기존 BLF와 달리, 제안된 BLF는 오차가 미리 정의된 경계에 근처에서 피킹 현상이 발생하지 않는다. 오차가 경계 밖으로 나갔을 때, 오차를 경계 안으로 다시 밀어 주기 때문에 위치 제어 성능이 향상된 것을 실험을 통해 확인하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] K. P. Tee, S. S. Ge, and E. H. Tay, "Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems," *Automatica*, vol. 45, no. 4, pp. 918-927, 2009.
- [2] A. Raza, F. M. Malik, N. Mazhar, H. Ullah, and R. Khan, "Finite-time trajectory tracking control of output-constrained uncertain quadrotor," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 215603-215612, 2020.