

스키드 스티어링 차량의 고정 시간 슈퍼-트위스팅 알고리즘 기반 임의의 시간 수렴 제어

변관균*, 유세선*, 김원희*
중앙대*

Arbitrary time control using fixed-time super-twisting algorithm for skid-steering vehicle

Kwan-Kyun Byeon*, Se-Sun you* Won-Hee Kim*
Chung-Ang University*

Abstract - 본 논문은 무인 스키드 스티어링 차량의 경로 추종을 위한 임의의 수렴 제어 기법을 제안한다. 상위 시스템에서 임의의 수렴 제어를 설계한다. 임의의 수렴 제어기는 초기 상태와 상관없이 사전에 설정한 임의의 시간에 수렴하는 제어기로 초기에 임의의 시간에 수렴뿐만 아니라 일정 오차 바운드를 넘어갔을 때 다시 임의의 시간에 수렴한다. 상위 제어기의 안정성을 위해 하위 시스템에서는 고정 시간 슈퍼-트위스팅 알고리즘을 설계한다. 제안된 제어기의 성능은 MATLAB/Simulink 및 TruckMaker를 활용하여 검증하였다.

1. 서 론

스키드 스티어링 차량의 무인 기동은 최근 상당한 연구 관심을 끌고 있다. 이 시스템은 거친 환경이나 위험한 분야에서 인간이 수행하기 어려운 작업을 대체할 수 있다. 또한 간단한 기계적 구조와 높은 강인성 및 기동성 때문에 항공우주, 군사, 농업과 같은 다양한 분야에서 널리 사용된다.

스키드 스티어링 차량의 무인 기동에 있어서 중요한 이슈는 경로 계획과 경로 추적 등이 있다. 그 중 경로 추적은 주어진 지령 경로를 따라갈 수 있게 제어하는 것으로 거친 환경에서 사용되는 차량은 정밀한 제어가 필요하다. 하지만 스키드 스티어링 차량은 비선형성과 종속되어 있는 특성들이 존재하기 때문에 정밀 제어가 어렵다[1].

위 문제를 해결하기 위해, 본 논문은 무인 스키드 스티어링 차량의 경로 추종을 위한 임의의 수렴 제어 기법을 제안한다. 시스템의 위치 동역학 모델과 속도 동역학 모델을 상위와 하위 시스템으로 나누어 제어를 설계한다. 상위 시스템에서는 임의의 수렴 제어를 설계한다. 임의의 수렴 제어기는 초기 상태와 상관없이 사전에 설정한 임의의 시간에 수렴하는 제어기이다. 초기에 임의의 시간에 수렴할 뿐만 아니라 설정 가능한 일정 오차 바운드를 넘어갔을 때 다시 임의의 시간에 수렴한다. 상위 제어기의 안정성을 위해 하위 시스템에서는 고정 시간 슈퍼-트위스팅 알고리즘을 설계한다. 제안된 제어기의 성능은 MATLAB/ Simulink 및 TruckMaker를 활용하여 검증하였다.

2. 본 론

2.1 동역학 모델

무인 지상 차량의 동역학 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta - l\omega \sin \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta + l\omega \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{m}(F_r + F_l) + d_1 \quad (2)$$

$$\dot{\omega} = \frac{b}{2l}(F_r - F_l) + d_2$$

여기서 x 와 y 는 측정된 글로벌 위치, v 는 속도, ω 는 요 각속도, θ 는 요각도, l 은 시스템 중앙에서 센서까지 거리, m 은 시스템의 무게, F_r 은 시스템의 관성모멘트, b 는 시스템의 전폭, F_r, F_l 은 각 왼쪽 오른쪽 휠의 힘이다.

2.2 제어기 설계

이번 장에서 제어기를 설계한다. 상위 제어기는 임의의 시간에 수렴하는 제어기로 수렴 후, state feedback제어기로 변환한다. 이 후, 설정한 일정 오차 바운드를 넘었을 때 다시 임의의 시간 수렴 제어기로 변환하여 수렴시키고 state feedback제어기로 변환한다. 먼저 제어기를 설계하기 위해 상위 시스템의 오차 동역학을 구한다. 상위 시스템의 지령 동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= v_r \cos \theta_r - l\omega_r \sin \theta_r \\ \dot{y}_r &= v_r \sin \theta_r + l\omega_r \cos \theta_r \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 하첨자 r 은 각 상태의 지령을 의미한다. 위치 오차는 다음과 같이 정의 한다.

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_r \\ y - y_r \end{bmatrix}, \quad e_\theta = \theta - \theta_r \quad (4)$$

식(4)를 미분하고 식(1)과 (3)을 사용하여 구한 오차 동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= v^* - v_r \cos e_\theta + \omega e_y - l\omega_r \sin e_\theta \\ \dot{e}_y &= l\omega^* - l\omega_r \cos e_\theta - \omega e_x + v_r \sin e_\theta \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 v, ω 은 상위 시스템의 제어 입력이며 다음과 같이 제어 입력을 설계한다.

$$\begin{aligned} v^* &= v_r \cos e_\theta - \omega e_y + l\omega_r \sin e_\theta - u_x \\ \omega^* &= \frac{1}{l}(l\omega_r \cos e_\theta + \omega e_x - v_r \sin e_\theta - u_y) \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_\phi = \begin{cases} -\frac{k_{\phi 1}(1 - \exp(-k_{\phi 2}|e_\phi|))}{T_a + t_0 - t} \operatorname{sgn}(e_\phi) & t_0 \leq t < t_0 + T_a \\ -\frac{k_{\phi 1}(1 - \exp(-k_{\phi 2}|e_\phi|))}{T_a} \operatorname{sgn}(e_\phi) & \text{그외의 시간} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 $\phi \in \{x, y\}$, $k_{\phi 1}, k_{\phi 2} > 1$, T_a 는 설정할 수 있는 수렴 시간, t_0 은 초기 시간이자 일정 오차 바운드를 넘어갔을 때 시간이다. 제어 입력을 식(5)에 대입하면 다음과 같은 동역학을 구할 수 있다.

$$\dot{e}_\phi = -\frac{k_{\phi 1}(1 - \exp(-k_{\phi 2}|e_\phi|))}{T_a + t_0 - t} \operatorname{sgn}(e_\phi) \quad (8)$$

식 (8)의 해는 다음과 같다.

$$e_\phi = \frac{1}{k_{\phi 2}} \ln(C_\phi (T_a + t_0 - t)^{k_{\phi 1} k_{\phi 2}} + 1) \operatorname{sgn}(e_\phi) \quad (9)$$

식 (9)에서, 시간이 $T_a + t_0$ 일 때, e_ϕ 는 0이다. 따라서 시간 $T_a + t_0$ 에 수렴한다는 것을 알 수 있다. 제안된 제어기의 안정도를 해석하기 위해 리아푸노프 이론을 사용한다. 리아푸노프 함수를 다음과 같이 정의된다.

$$V = e^T K e \quad (10)$$

$t_0 \leq t < t_0 + T_a$ 에 대해, 식(10)을 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2e^TK\dot{e} \\ &= -\frac{2}{T_a+t_0-t}e^TK\eta \text{diag}(\text{sgn}(e))[1_2 - e^{-K|e|}] \\ &\leq -\frac{2}{T_a+t_0-t}|e|^TK\eta[1_2 - e^{-K|e|}] \\ &\leq -2\min(\eta)\frac{\|Ke\|(1 - e^{-\|Ke\|})}{T_a+t_0-t} \end{aligned} \quad (11)$$

식(10)을 사용하면, 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$V = e^TKe = |e^TKe| \geq \min(K)\|e\|^2 \quad (12)$$

$$\min(K)\|e\| \leq \|Ke\| \quad (13)$$

Holders 부등식에 따라 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$V = |e^TKe| \leq \|e\|\|Ke\| \quad (14)$$

식(13)을 사용하면, 식(14)는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$V \leq \frac{\|Ke\|^2}{\min(K)}, \quad \zeta = \sqrt{\min(K)V} \leq \|Ke\| \quad (15)$$

식(15)를 사용하여, 리아푸노프 함수의 미분을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V} \leq -2\min(\eta)\frac{\sqrt{\min(K)V}(1 - e^{-\sqrt{\min(K)V}})}{T_a+t_0-t} \quad (16)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\min(K)V}}\frac{\dot{V}}{2\sqrt{V}} = \dot{\zeta} \leq -\min(\eta)\frac{(1 - e^{-\zeta})}{T_a+t_0-t} \quad (17)$$

[2]의 Theorem 1에 따르면, $t_0 \leq t < t_0 + T_a$ 에서 이 시스템은 free-will weak 임의 시간 안정을 보장한다. 그 외의 시간에 대해 안정도를 해석하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2e^TK\dot{e} \\ &= -\frac{2}{T_a}e^TK\eta \text{diag}(\text{sgn}(e))[1_2 - e^{-K|e|}] \\ &\leq -\frac{2}{T_a}|e|^TK\eta[1_2 - e^{-K|e|}] \\ &\leq -2\min(\eta)\frac{\|Ke\|(1 - e^{-\|Ke\|})}{T_a} \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)에 의해, $t_0 \leq t < t_0 + T_a$ 외의 시간에서 asymptotically 안정을 보장한다.

상위 제어기의 안정성을 보장하기 위해 하위 제어기는 고정 시간 슈퍼-트위스팅 알고리즘을 적용한다. 하위 시스템의 오차와 오차 동역학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_v &= v - v^*, \quad e_\omega = \omega - \omega^* \\ \dot{e}_v &= \frac{1}{m}F_1 + d_1 - \dot{v}^* \\ \dot{e}_\omega &= \frac{b}{2I}F_2 + d_2 - \dot{\omega}^* \end{aligned} \quad (19)$$

다음과 같이 제어 입력을 설계한다.

$$\begin{aligned} F_1 &= m(-\lambda_{1a}|e_v|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_v) - \lambda_{1b}|e_v|^p\text{sgn}(e_v) + \dot{v}^* + \rho_1) \\ \dot{\rho}_1 &= -\lambda_{1c}\text{sgn}(e_v) \\ F_2 &= \frac{2I}{b}(-\lambda_{2a}|e_\omega|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_\omega) - \lambda_{2b}|e_\omega|^q\text{sgn}(e_\omega) + \dot{\omega}^* + \rho_2) \\ \dot{\rho}_2 &= -\lambda_{2c}\text{sgn}(e_\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

위와 같이 제어 입력을 설계했을 때, [3]의 Theorem 1에 따라 e_v 와 e_ω 는 고정된 시간 안에 0으로 수렴한다.

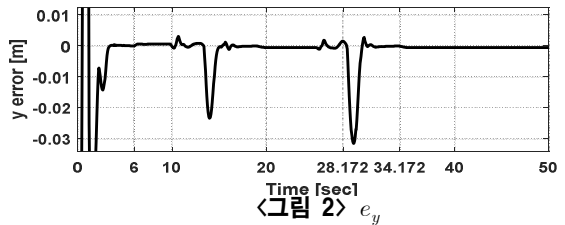
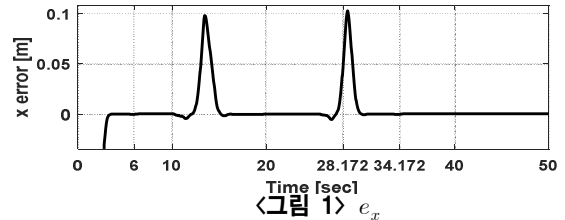
2.3가상 실험 결과

가상 실험은 MATLAB/Simulink 및 TruckMaker를 활용하여 실행하였다. 차량의 매개변수와 제어이득은 <표 1>에 표기되어 있다.

<표 1> 매개변수

표기	값(단위)	표기	값
m	17100 (kg)	k_{ϕ_1}	7
I	35000 (kgm^2)	k_{ϕ_1}	3
b	2.5 (m)	$\lambda_{1a}, \lambda_{1b}$	4
l	2 (m)	$\lambda_{2a}, \lambda_{2b}$	4
T_a	6 (s)	$\lambda_{1c}, \lambda_{2c}$	1

위치 지령은 $x_r = 40 \sin 0.15t + l \cos 0.15t$, $y_r = 40 \cos 0.15t + l \sin 0.15t$, 오차 바운드는 0.05m로 시뮬레이션을 진행하였다. 기동 중간에 임의로 외란을 주입하여 오차 바운드를 넘어갈 수 있게 진행하였다. <그림 1>과 <그림 2>에서 볼 수 있듯이 $t=6$ 에 0으로 수렴하는 것을 확인할 수 있으며, $t=28.172$ 에 오차가 오차 바운드를 넘어 $t=34.172$ 에 수렴하는 것을 확인할 수 있다.



3. 결 론

본 논문은 스키드 스티어링 차량의 경로 추종을 위한 임의 시간 수렴 제어 기법을 제안하였다. 임의 시간 수렴 제어 알고리즘은 초기에 임의 시간에 수렴할 뿐만 아니라 설정할 수 있는 일정 오차 바운드를 넘어갔을 때 다시 임의 시간에 수렴한다. 이 제어 기법은 리아푸노프 이론을 통하여 안정됨을 증명하였으며 MATLAB/ Simulink 및 TruckMaker를 활용하여 성능을 검증하였다.

[참고 문헌]

- [1] J. Liu, W. Han, Y. Zhang, Z. Chen, H. Peng, "Design of an online nonlinear optimal tracking control method for unmanned ground systems", *IEEE Access*, vol. 6, pp. 65429-65438, 2018
- [2] A. K. Pal, S. Kamal, S. K. Nagar, B. Bandyopadhyay, L. Fridman, "Design of controllers with arbitrary convergence time", *Automatica*, vol. 112, 2020
- [3] M. Basin, C. B. Panathula, Y. Shtessel, "Multivariable continuous fixed-time second-order sliding mode control: design and convergence time estimation", *IET Control Theory Appl.*, vol. 11, pp. 1104-1111, 2017