

적분 슬라이딩 모드와 개선된 과도응답을 가지는 외란관측기를 이용한 역진자의 강인 제어

박예원, 강성호, 현주연, 박승규
창원대학교 전기공학과

Robust Control of Inverted Pendulum using Integral Sliding Mode and DOB

Ye-Won Park, Seong-Ho Kang, Ju-yeon Hyun, Seung-Kyu Park
Department of Electrical Engineering, Changwon National University

Abstract - 기존 외란관측기는 과도응답 상태에서 외란의 영향을 제거하지 못하는 한계를 가지고 있다. 이를 개선하기 위해 외란 추정과 과도응답을 동시에 고려한 새로운 외란관측기를 제안하였다. 제안된 외란관측기를 적분 슬라이딩 모드 제어와 결합하여 잔여 외란의 영향을 적게 받게 함으로써 외란의 최대크기를 줄일 수 있음을 확인하였다. 본 논문에서는 해당 제어를 역진자 시스템(Inverted Pendulum)에 적용하여 시뮬레이션을 통해 향상된 제어 성능을 확인하였다.

1. 서 론

기존의 외란관측기(DOB)는 외란을 추정하여 보상하는 입력을 시스템에 인가함으로써 효과적인 외란 제거 성능을 보인다. 하지만, 외란을 추정하기까지의 과도응답 상태에서 외란의 영향을 받는다는 문제가 있다[1]. 이에 외란을 추정하면서 과도응답 상태 또한 고려하여 공칭 시스템과 더 유사한 성능을 보이는 개선된 외란관측기를 사용하였다[2].

적분 슬라이딩 모드 제어(ISMC)는 기존 슬라이딩 모드 제어(SMC)의 슬라이딩 평면에 적분 항을 추가하여 제어 입력을 결정하는 제어 기법이다. 초기시간부터 시스템 상태를 슬라이딩 평면에 있게 하여, 외란이 존재하더라도 시스템의 동특성은 외란이 존재하지 않을 때의 공칭 시스템 동특성을 유지할 수 있도록 하는 강인성을 지닌다[3]. 또한, 슬라이딩 모드 동특성의 확장성에 의해 다른 제어기와 결합이 용이하여 널리 사용되고 있다.

본 논문에서는 ISMC와 개선된 DOB를 결합함으로써 잔여 외란의 영향을 제거하여 기존의 DOB를 사용한 경우보다 잔여외란의 최대크기를 줄일 수 있음을 확인하였다.

역진자의 제어 목적은 진자의 무게중심이 변화하는 과정에서 진자를 원하는 각도로 유지하도록 균형을 맞추는 것이다. 해당 시스템은 불안정한 시스템으로, 수학적 모델과 완벽하게 일치하지 않는다는 불확실성과, 외부 요인에 의해 예상치 못한 외란의 영향을 받는다.

따라서 본 논문에서 제안된 제어를 역진자 시스템의 동역학 모델에 적용하여, 모델 불확실성과 외란이 존재함에도 시스템을 안정하게 만들고, 해당 제어가 기존보다 향상된 성능을 보임을 시뮬레이션을 통해 입증한다.

2. 본 론

2.1 문제 설정

외란이 존재하는 선형시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{X} = AX + B(u + d) \quad (1)$$

여기서 $X(t)$ 는 시스템의 상태, $u(t)$ 는 입력, $d(t)$ 는 외란 입력이다.

기존의 외란관측기는 다음과 같은 보조변수 V 를 정의한다.

$$\dot{V} = L(AX + Bu + B\hat{d}) \quad (2)$$

L 은 observer gain, \hat{d} 은 추정 외란이며, 그 식은 다음과 같다.

$$\hat{d} = V - LX \quad (3)$$

위 식들을 이용해 오차에 대한 동특성을 구하고, 오차의 정상상

태가 0으로 수렴하도록 적절한 observer gain을 설정해준다. 이 제어 기법은 외란 추정에 효과적인 성능을 보인다. 하지만, 오차가 정상상태에 수렴하기 전, 과도응답 상태에서는 제어기의 영향을 받지 못해 외란에 취약하다는 문제점이 있다. 이 문제를 새로운 외란관측기를 이용해 해결한다.

2.2 개선된 과도응답을 가지는 외란관측기

개선된 DOB는 다음과 같은 보조 변수 V_s 를 가진다.

$$\dot{V}_s = L(AX + Bu + B\hat{d}) + B^T P(X - Z) \quad (4)$$

$$\dot{Z} = AX + Bu_0, \quad Z(0) = X(0) \quad (5)$$

$$\hat{d} = V_s - LX \quad (6)$$

식(4)에서 $P(>0)$ 는 하중함수이고, 시스템 입력 $u = u_{a_DOB} + u_0$ 이다. u_{a_DOB} 는 외란을 상쇄하는 입력으로

$u_{a_DOB} = -\hat{d}$ 이고, u_0 는 공칭제어입력이다.

식(5)는 외란의 영향이 없는 식(1)의 공칭계통이다.

외란 d 는 시불변 외란이라고 가정하고, 외란과 추정 외란의 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e_s = \hat{d} - d \quad (7)$$

$$\dot{e}_s = \dot{\hat{d}} \quad (8)$$

(6)식을 미분하고, (1)식과 (4)식을 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}} &= \dot{V}_s - L\dot{X} \\ &= L(AX + Bu + B\hat{d}) + B^T P(X - Z) - L(AX + Bu + Bd) \\ &= B^T P(X - Z) + LB(\hat{d} - d) \end{aligned}$$

$$\text{즉, } \dot{e}_s = B^T P(X - Z) + LB e_s \quad (9)$$

위와 같이 오차의 동특성을 구할 수 있다.

안정도 판별을 위해 Lyapunov 안정도 판별법을 이용한다. 후보 함수는 다음과 같다.

$$v = \frac{1}{2} C^T P C + \frac{1}{2} e_s^2 \quad (10)$$

$$\text{여기서 } C(t) = X(t) - Z(t) \text{이다.} \quad (11)$$

식(10)에 미분을 취한다.

$$\dot{v} = C^T P \dot{C} + e_s \dot{e}_s \quad (12)$$

$$= C^T P(\dot{X} - \dot{Z}) + e_s \dot{e}_s$$

$$= C^T P(AX + Bu + Bd - (AX + Bu_0)) + e_s \dot{e}_s$$

$$= C^T P(AX + Bu_d + Bu_0 + Bd - (AX + Bu_0)) + e_s \dot{e}_s$$

$$= C^T P B(u_d + d) + e_s \dot{e}_s$$

$$= C^T P B(-\hat{d} + d) + e_s \dot{e}_s$$

$$= -C^T P B e_s + e_s (B^T P C + L B e_s)$$

$$= -C^T P B e_s + B^T P C e_s + L B e_s^2$$

$$= L B e_s^2$$

즉, $v > 0$ 일 때, LB 가 음수이면 $\dot{v} < 0$ 이어서 $v(t)$ 가 0으로 수렴하게 되고, $v(t)$ 의 구성성분인 $C(t)$, $e_s(t)$ 도 0으로 수렴하게 된다. $C(t)$ 가 0으로 수렴하므로, 식(11)을 통해

$\dot{X} = \dot{Z} = AX + Bu_0$ 임을 알 수 있다.

따라서 기존의 DOB와 다르게 공칭 시스템의 동특성을 가지 고, $e_s(t)$ 가 0으로 수렴하므로 외란을 추정함을 확인할 수 있다.

2.3 적분 슬라이딩 모드 제어

외란의 영향을 더욱 효과적으로 제거하기 위해 적분 슬라이딩 모드 제어를 사용하여 잔여외란까지 고려한다.

적분 슬라이딩 모드 제어의 s-평면은 다음과 같이 구성한다.

$$S = X - \int (AX + Bu_0)dt = X - Z \quad (13)$$

식(13)의 Z는 식(5)와 동일하다.

적분 슬라이딩 평면을 의미하는 식(13)이 0으로 수렴하게 되면, 슬라이딩 평면에서의 동특성이 외란의 영향을 받지 않는 공칭계 통의 동특성을 따른다. 이를 위한 제어 입력을 구하기 위해 Lyapunov 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$V_i = \frac{1}{2} S^T S > 0 \quad (14)$$

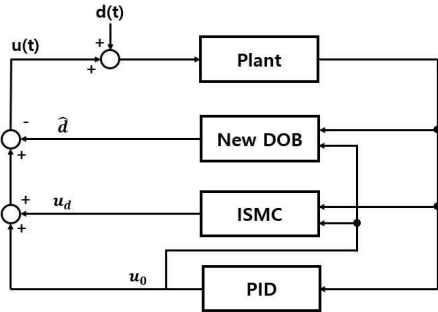
S가 0으로 수렴하기 위해서는 $\dot{V}_i < 0$ 을 만족시켜야 하며, 이를 위한 u_d 는 다음과 같다.

$$u_d = -d_{max} \cdot \text{sign}(S^T B) \quad (d_{max} \geq d) \quad (15)$$

d_{max} 는 외란의 최대 크기를 의미하며, 식(15)을 사용하면 S가 0에 수렴하여 외란의 영향을 받지 않는다.

따라서, ISMC와 개선된 DOB를 결합한 시스템의 전체 입력 $u(t)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_d + u_{d_DOB} \\ &= u_0 - d_{max} \text{sign}(S^T B) - \hat{d} \end{aligned} \quad (16)$$



<그림 1> 제어시스템 블록선도

그림 1은 제어시스템 블록선도이다. 제어기는 PID제어, 적분 슬라이딩 모드 제어, 개선된 외란관측기를 결합하여 설계하였고, 공칭제어입력은 PID제어를 사용하여 구성하였다.

2.4 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 다음과 같은 역진자 시스템의 동특성을 사용한다[4]. 파라미터들은 <표 1>과 같다.

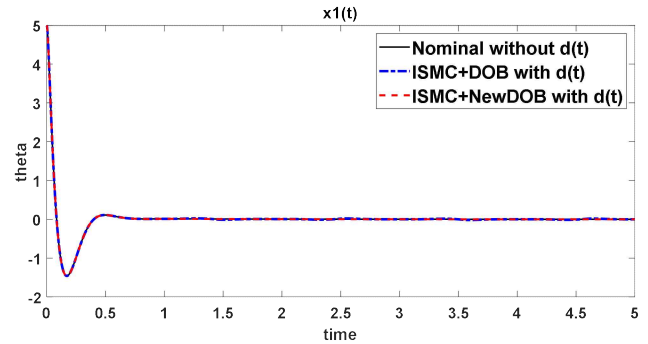
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M+m}{Ml} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{mg}{M} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

<표 1> Inverted Pendulum Parameter

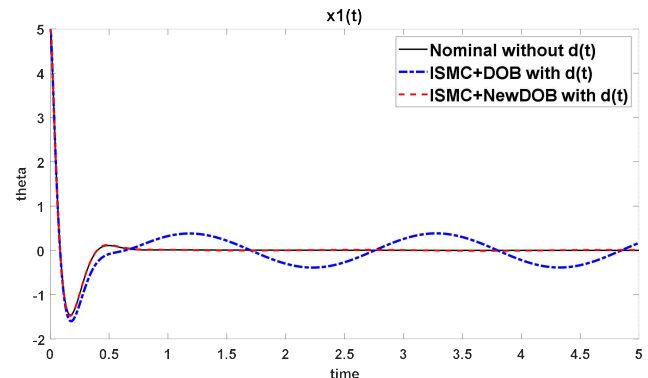
g	gravity accleration	$9.81[m/s]$
m	mass of Pendulum	$0.169[kg]$
M	mass of Wheel	$2.2[kg]$
l	distance to center of gravity of Pendulum	$0.15[m]$

여기서 $x_1(t) = \theta(t)$ 는 로봇의 기울어진 각도, $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$ 는

각속도, $x_3(t) = x(t)$ 는 이동 거리, $x_4(t) = \dot{x}(t)$ 는 이동 속도, $u(t)$ 는 모터에 인가되는 전압이다.



<그림 2> d_max=10 일 때, 제어 성능 비교



<그림 3> d_max=1 일 때, 제어 성능 비교

그림 2와 3은 같은 크기의 정현파 외란 입력 $d(t)$ 를 인가하였을 때, ISMC와 기존 DOB, ISMC와 개선된 DOB를 결합한 시스템의 제어 성능을 보여주고 있다. 그림 2는 충분한 d_{max} 를 선정하여 두 가지 제어 방법 모두 공칭 시스템과 거의 일치한 결과를 보인다. 하지만 그림 3과 같이 d_{max} 값을 작게 선정하였을 때는 개선된 DOB가 과도응답과 외란 상쇄 측면에서 모두 우수한 성능을 보인다.

3. 결론

DOB와 ISMC를 결합하여 외란에 대한 강인성을 향상시키는데 있어서 과도응답을 고려한 DOB를 제한하여 성능을 향상시켰다. ISMC를 설계하는 경우 외란의 최대크기가 필요하나 외란관측기에 의해 상쇄된 외란의 크기는 알 수 없기 때문에 임의로 적절하게 결정해 주어야 한다. 제안된 DOB와 ISMC를 결합하여 기존의 DOB를 사용한 경우와 비교한 결과, 같은 외란에 대해서 외란의 최대크기를 작게 설정할 수 있음을 역진자 로봇의 시뮬레이션을 통해서 확인하였다. 이는 제안된 DOB가 유도과정부터 시스템의 과도응답을 고려하기 때문에 그 기능이 외란추정 자체에 국한되지 않고 시스템의 성능에 초점이 맞추어져 있기 때문이다.

[참고 문헌]

[1] 이진우, "Powerlink를 이용한 DOB 기반 강인제어 시스템 설계", 국내석사학위논문 창원대학교, 2022.
 [2] S. Park and T. S. Yoon, "State Space Disturbance Observer Considering Residual Disturbance," in IEEE Access, vol. 8, pp. 213882-213886, 2020
 [3] Pan, Yongping, et al, "Integral sliding mode control: performance, modification, and improvement.", IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol. 14. No. 7, 3087-3096, 2017.
 [4] Varghese, Elisa Sara, Anju K. Vincent, and V. Bagyaveereswaran, "Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC.", IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol. 263. No. 5. IOP Publishing, 2017.