

상수 속력 Guidance Vector Field를 이용한 바퀴 달린 로봇을 위한 Path Following 제어

이호진*, 김관연*, 임종건**, 김원희**

중앙대학교 에너지시스템공학과*, 중앙대학교 에너지시스템공학부**

Path Following Control for Wheeled Mobile Robots using Constant Speed Guidance Vector Field

Ho-Jin Lee*, Gwan-Yeon Kim*, Jong-Geon Lim**, Won-Hee Kim**
 Department of Energy System Engineering, Chung-Ang University*,
 School of Energy System Engineering, Chung-Ang University**

Abstract - 경로를 따라 움직이는 로봇의 제어에 경로오차를 기반으로 하는 경로추적제어의 방법으로 guidance vector field(GVF)를 설계한다. 초기 경로외부에서 진입할 시 로봇의 속도가 커지는 것을 방지하기 위해 설정된 상수 속력으로 진입할 수 있도록 벡터장의 함수를 정의한다.

1. 서 론

바퀴달린 로봇 제어는 각종 산업에서 운송수단으로써 널리 이용되었다. 일반적인 위치의 reference를 기반으로 추종오차를 이용해 피드백제어를 하면 경로를 벗어나서 위치만을 추적하는, 이른바 radial reduction 현상이 야기될 수 있다. 이를 해결하기 위해 실시간 최적화를 기반으로 guidance vector field(GVF)를 설계하여 로봇이 경로로 진입하게 하는 path following 기법이 연구되었다[1]. 본 논문에서는 상수 속력 GVF (CSGVF)를 이용한 WMR의 path following 제어 알고리즘을 제안한다. CSGVF는 임의의 위치에 따라 목표 경로에서 정의된 기준 차량과 위치 오차를 기반으로 하여 설계된다. 제어기는 CSGVF를 이용하여 생성된 속도 지령을 추종하도록 설계된다. 제어 알고리즘의 유효함은 Matlab/Simulink를 통해 검증되었다.

2. 본 론

2.1 시스템 모델링

바퀴달린 로봇의 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F_d = B(q)\tau + A(q)^T\lambda \quad (1)$$

여기서 $q = [x \ y \ \theta]^T$ 는 일반화 좌표, M 은 관성 행렬, V_m 은 구심력 및 코리올리 행렬, F_d 는 고도차, 파라미터 오차 등을 포함한 외란, B 는 입력 행렬, $\tau = [\tau_r \ \tau_l]^T$ 는 각 바퀴의 토크 입력력, A 는 구속력에 관한 행렬, 그리고 λ 는 비홀로노믹 구속에 대한 라그랑지안 승수이다. 동역학 방정식을 간단하게 하기 위해 비홀로노믹 구속을 수식에서 제거한 형태는 다음과 같다.

$$\overline{M}\dot{\mathbf{v}} + \overline{V}_m\mathbf{v} + \overline{F}_d = \overline{B}\tau \quad (2)$$

이에 대한 내용은 참조문헌 [2]에 자세히 설명되어있다. 안정도 증명을 위해 외란은 $\|\overline{F}_d\| \leq \epsilon$ 을 만족한다고 가정한다.

2.2 Constant speed guidance vector field 설계

Guidance vector field(GVF)는 로봇이 목표 경로에 도달하고 경로를 따라 진행하도록 설계된다. 목표경로를 γ 라고 하고 경로 내의 특정 위치를 함수식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pi(s(t)) = \begin{bmatrix} \Pi_x(s(t)) \\ \Pi_y(s(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r(t) \\ y_r(t) \end{bmatrix} = p_r(t) \in \gamma \quad (3)$$

s 는 경로지표이며, $p_r = [x_r \ y_r]^T$ 은 목표 위치로 평면위의 가상의 위치 $p_{gv} = [x_{gv} \ y_{gv}]^T$ 가 도달하도록 하는 reference이

다. s 는 GVF 알고리즘에 따라 설계된다. 경로상의 reference 위치에서 로봇의 위치까지의 위치 오차를 진행방향에 대한 성분과 그에 수직인 성분으로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e_{xb} \\ e_{yb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} [p_r - p_{gv}] \quad (4)$$

여기에서 e_{xb} 는 진행방향에 대한 위치 오차, e_{yb} 는 진행방향의 측면방향에 대한 위치 오차, 그리고 θ_r 은 경로상의 reference 위치에서 경로의 진행방향의 각도이다. 그리고 CSGVF의 동역학 방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{p}_{gv} &= f(p_{gv}, s(t)) \\ &= \frac{d\Pi(s(t))}{ds} \frac{ds(t)}{dt} + \chi + \psi \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 χ 는 진행방향에 평행한 제어성분, 그리고 ψ 은 진행방향에 수직인 제어성분이며, 상수속력 c 를 갖도록 다음과 같이 설계된다.

$$\begin{aligned} \chi &= c \operatorname{sech}(k_{yb}e_{yb}) \tanh(k_{xb}e_{xb}) \mathbf{n} \\ \psi &= c \tanh(k_{yb}e_{yb}) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{n} \\ \dot{p}_r &= c \operatorname{sech}(k_{yb}e_{yb}) (1 - \tanh(k_{xb}e_{xb})) \mathbf{n} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 k_{xb} , k_{yb} 는 각각 진행방향과 측면방향에 대한 제어 튜닝 파라미터이며, 값이 클수록 경로로 엄밀하게 수렴하며, 값이 작으면 부드럽게 수렴하므로 적절한 값을 사용해야한다. 그리고 $\mathbf{n} = [\cos(\theta_r) \ \sin(\theta_r)]^T$ 은 경로의 진행방향에 대한 방향벡터이다. (3)과 (5), (6)에 의해서 $s(t)$ 의 동역학 방정식은 다음과 같이 설계된다.

$$\dot{s}(t) = \frac{c \operatorname{sech}(k_{kb}e_{yb})(1 - \tanh(k_{xb}e_{xb}))}{\left\| \frac{d\Pi(s)}{ds} \right\|} \quad (7)$$

GVF를 (5)-(7)과 같이 설계하면 reference위치와 가상 위치의 오차의 노름 $\|p_r - p_{gv}\|$ 는 infinitesimally contracting condition을 만족한다. 이에 대한 증명은 본 논문에서는 생략한다.

2.3 제어기 설계

앞에서 설계한 GVF 함수를 이용하여 로봇이 바라보는 방향 θ 와 로봇이 놓인 위치 $p = [x \ y]^T$ 에 따라 속도지령을 만들 수 있다.

$$\mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} v_d \\ \omega_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\frac{\sin(\theta)}{d} & \frac{\cos(\theta)}{d} \end{bmatrix} f(p, s(t)) \quad (8)$$

여기서 v_d 는 속도지령, ω_d 는 각속도 지령, 그리고 d 는 로봇의 차량 바퀴 중심축과 차체중심 사이의 거리이다. 속도 추종오차 $e_v = v_d - v = [v_d - v \ \omega_d - \omega]^T$ 에 대하여, 속도제어를 위한 제어입력 토크는 다음과 같이 간단한 추종오차 제어기로 설계된다.

$$\tau = \bar{B}^{-1}(\bar{M}\dot{v}_d + \bar{V}_m v_d + K_1 e_v) \quad (9)$$

여기서 K_1 은 양 대각행렬이며 (2)의 시스템에 (9)에서 설계된 제어입력을 적용하면 다음과 같은 오차동역학 시스템으로 표현된다.

$$\bar{M}\dot{e}_v = -\bar{V}_m e_v + \bar{F}_d - K_1 e_v \quad (10)$$

리아푸노프 안정도 해석을 위해 리아푸노프 함수 후보를 다음과 같이 정의하고, 함수의 시간에 대한 미분을 부등식으로 표현하면 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{2} e_v^T \bar{M} e_v \quad (11)$$

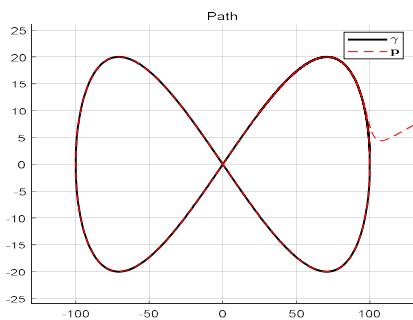
$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} e_v^T (\bar{M} - 2\bar{V}_m) e_v - e_v^T K_1 e_v + \bar{F}_d^T e_v \\ &\leq -(1-\eta)\lambda_{\min}(K_1) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\forall \|e_v\| \geq \frac{\epsilon}{\eta\lambda_{\min}(K_1)}, \quad (0 < \eta < 1)$$

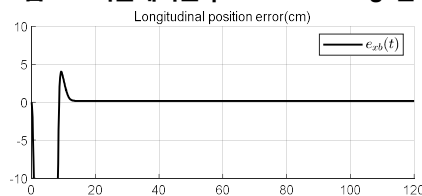
$\bar{M} - 2\bar{V}_m$ 은 skew-symmetric matrix임이 [3]에 증명되어있다. 따라서 (11), (12)에 의해 오차동역학 시스템 (10)은 안정하다.

2.4 시뮬레이션 결과

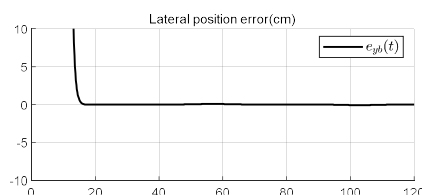
시뮬레이션은 Matlab/Simulink를 이용하였으며 목표경로는 GVF 생성알고리즘의 타당함을 보이기 위해 교차점을 갖도록 $\Pi_x(h) = 100\cos(h)$, $\Pi_y(h) = 20\sin(2h)$ 로 설계하였다. 시스템에 작용하는 외란으로써 각 바퀴에 미치는 노면마찰력을 인가하였다.



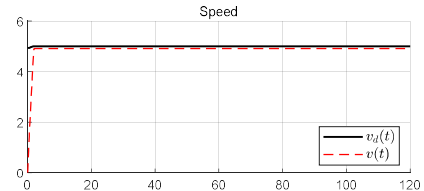
<그림 1> 시뮬레이션 path-following 결과



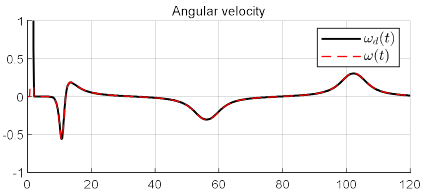
<그림 2> 종 방향 위치 오차(cm)



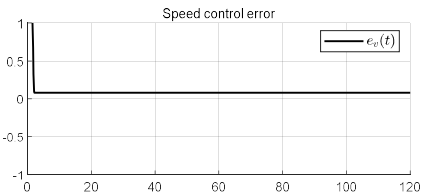
<그림 3> 횡 방향 위치 오차(cm)



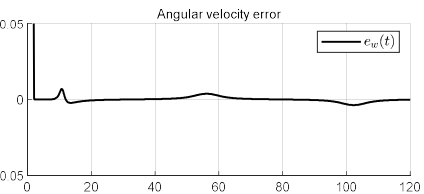
<그림 4> 속도 제어성능



<그림 5> 각속도 제어성능



<그림 6> 속도 추종오차



<그림 7> 각속도 추종오차

그림 1에서 목표경로에 대한 궤적 γ 가 알고리즘에 맞게 잘 그려졌으며 로봇 위치 p 도 잘 추종함을 볼 수 있다. 그림 2와 3은 (4)에서 정의한 종 방향 및 횡 방향 경로오차로, 오차가 거의 발생하지 않음을 보여준다. 그림 4와 5는 속도 추종제어 성능을 보여주며 그림 6과 7은 각각의 추종오차를 보여준다. 속력과 각속도 모두 잘 추종하며 외란에 의해 약간의 정상상태 오차를 보인다.

3. 결 론

본 논문에서는 경로를 이탈하지 않고 설정한 속력으로 추적하는 path following 제어 알고리즘을 설계했다. 경로 외부에서도 일정한 속력을 유지할 수 있도록 하이퍼볼릭 함수를 이용하여 CSGVF를 설계하였으며 벡터장에 놓인 로봇 위치에 따라 생성되는 속도지령을 따라가도록 제어를 설계하였으며 시뮬레이션 결과를 통해서 제안한 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] J. Chen, C. Wu, G. Yu, D. Narang, Y. Wang "Path following of wheeled mobile robots using online-optimization-based guidance vector field", IEEE/ASME transactions on mechatronics, vol. 26, no.4 pp. 1737-1744, Aug., 2021.
- [2] R. Fierro, F. L. Lewis, "Control of nonholonomic mobile robot using neural networks", IEEE transactions on neural networks, vol.9, no.4, 589-600, Jul., 1998.
- [3] R. Fierro, F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics", Journal of robotic systems, vol.14, no. 3, 149-163, 1997